3. Li P., Ponnusamy S., Wang X. *Some properties of planar p–harmonic and* log-*p–harmonic mappings* // Bull. Malays. Math. Sci. Soc. – 2013. – V. 36. – № 3. – P. 595–609.

4. Amozova K. F., Ganenkova E. G., Ponnusamy S. *Criteria of univalence and fully α–accessibility for p–harmonic and p–analytic functions* // Complex Var. Elliptic Equ. – 2017. – V. 62. – № 8. – P. 1165–1183.

5. Chen Sh., Ponnusamy S., Wang X. *Bloch constant and Landau's theorem for planar p–harmonic mappings* // J. Math Anal. Appl. – 2011. – V. 373. – № 1. – P. 102–110.

6. Балк М. Б. , Зуев М. Ф. *О полианалитических функциях* // Успехи мат. наук. – 1970. – Т. 25. – Вып. 5(155). – С. 203—226.

ON INJECTIVITY OF POLYHARMONIC AND POLYANALYTIC FUNCTIONS

K.F. Amozova, E.G. Ganenkova, S. Ponnusamy

In the paper we present new univalence criteria for polyharmonic and polyanalytic functions.

Keywords: univalence, polyharmonic function, polyanalytic function.

УДК 517.518

О Λ-СХОДИМОСТИ ПОЧТИ ВСЮДУ ДВОЙНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ

Н.Ю. Антонов[1]

1 *nikolai.antonov@imm.uran.ru*; Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН

Рассматривается один вид сходимости (Λ-сходимость) двойных тригонометрических рядов Фурье, промежуточный между сходимостью по квадратам и λ-сходимостью при $\lambda > 1$. Известный результат о сходимости почти всюду по квадратам рядов Фурье функций из класса $L(\ln^+ L)^2 \ln^+ \ln^+ \ln^+ L([0,2\pi)^2)$ распространен на случай Λ-сходимости для некоторых последовательностей Λ.

Ключевые слова: двойные тригонометрические ряды Фурье, сходимость почти всюду.

Пусть $d \in \mathbb{N}$; $\mathbb{T}^d = [0,2\pi)^d$ — d-мерный тор; $\varphi : [0,+\infty) \to [0,+\infty)$ — неубывающая функция; $\varphi(L)(\mathbb{T}^d)$ — множество определенных на $\mathbb{T}^d$ комплекснозначных функций f, для которых функция $\varphi(|f|)$ суммируема на $\mathbb{T}^d$; $C(\mathbb{T}^d)$ — множество функций, непрерывных на $\mathbb{T}^d$. Для $f \in L(\mathbb{T}^d)$ и вектора $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \ldots, n_d)$ с неотрицательными целочисленными координатами через $S_{\mathbf{n}}(f,\mathbf{x})$ будем обозначать значение $\mathbf{n}$-й прямоугольной частичной суммы кратного тригонометрического ряда Фурье функции f в точке $\mathbf{x} \in \mathbb{T}^d$.

Пусть $\lambda \geq 1$. Говорят, что ряд Фурье функции f λ-сходится в точке $\mathbf{x} \in \mathbb{T}^d$, если существует предел

$$\lim_{\min\{n_i : 1 \leq i \leq d\} \to \infty} S_{\mathbf{n}}(f,\mathbf{x}), \tag{1}$$

рассматриваемый только по тем векторам $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \ldots, n_d)$, для которых

$$\frac{1}{\lambda} \leq \frac{n_i}{n_j} \leq \lambda, \qquad 1 \leq i, j \leq d.$$

В случае $\lambda = 1$ λ-сходимость называется сходимостью по кубам, а при $\lambda = +\infty$ — сходимостью по Прингсхейму.

Сходимость почти всюду по квадратам (двумерным кубам) рядов Фурье функций $f \in L^2(\mathbb{T}^2)$ была установлена Н.Р. Тевзадзе [1]. Ч. Фефферман [2] распространил этот результат на функции $f \in L^p(\mathbb{T}^d)$, $p > 1$, $d \geq 2$, а затем П. Шёлин [3] доказал, что если $f \in L(\ln^+ L)^d(\ln^+ \ln^+ L)(\mathbb{T}^d)$, то ее ряд Фурье сходится по кубам почти всюду. Автором [4] показано, что условие $f \in L(\ln^+ L)^d \ln^+ \ln^+ \ln^+ L(\mathbb{T}^d)$ также является достаточным для сходимости почти всюду кратного ряда Фурье функции f.

С другой стороны, Ч. Фефферман [5] построил пример непрерывной функции двух переменных, ряд Фурье которой расходится по Прингсхейму почти всюду. М. Бахбух и Е.М. Никишин [6] доказали, что существует функция $f \in C(\mathbb{T}^2)$ с расходящимся по Прингсхейму на множестве положительной меры рядом Фурье и удовлетворяющая следующему условию на модуль непрерывности: $\omega(f,\delta) = O\big(\ln^{-1}(1/\delta)\big)$ при $\delta \to +0$. А.Н. Бахвалов [7] установил, что для любых $m \in \mathbb{N}$ и $\lambda > 1$ найдется функция $f \in C(\mathbb{T}^{2m})$ такая, что ее ряд Фурье λ-расходится всюду, а модуль непрерывности удовлетворяет условию

$$\omega(f,\delta) = O\big(\ln^{-m}(1/\delta)\big), \quad \delta \to +0. \tag{2}$$

Затем в работе [8] Бахвалов доказал существование функции $f \in C(\mathbb{T}^{2m})$, удовлетворяющей условию (2) и такой, что ее ряд Фурье λ-расходится всюду для всех $\lambda > 1$ одновременно.

Пусть $\Lambda = \{\lambda_\nu\}_{\nu=1}^\infty$ — невозрастающая последовательность положительных чисел,

$$\Omega_\Lambda = \left\{(n_1, n_2) \in \mathbb{N}^2 : \frac{1}{1+\lambda_{n_1}} \leq \frac{n_1}{n_2} \leq 1 + \lambda_{n_2}\right\}.$$

Двойной ряд Фурье функции $f \in L(\mathbb{T}^2)$ назовем Λ-сходящимся в точке $\mathbf{x} \in \mathbb{T}^2$, если существует предел (1), рассматриваемый при $d = 2$ только по тем парам (n_1, n_2), которые принадлежат Ω_Λ.

Теорема. *Пусть $f \in L(\ln^+ L)^2 \ln^+ \ln^+ \ln^+ L(\mathbb{T}^2)$, невозрастающая последовательность положительных чисел $\Lambda = \{\lambda_\nu\}_{\nu=1}^\infty$ удовлетворяет условию $\lambda_\nu = O(1/\nu)$. Тогда тригонометрический ряд Фурье функции f Λ-сходится почти всюду на $\mathbb{T}^2$.*

Гипотеза. *Пусть невозрастающая последовательность положительных чисел $\Lambda = \{\lambda_\nu\}_{\nu=1}^\infty$ такая, что $\lambda_\nu \neq O(1/\nu)$. Тогда найдется функция $f \in C(\mathbb{T}^2)$, тригонометрический ряд Фурье которой Λ-расходится почти всюду на $\mathbb{T}^2$.*

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект 14-11-00702).

Литература

1. Тевзадзе Н. Р. *О сходимости двойного ряда Фурье функции, суммируемой с квадратом* // Сообщ. АН ГССР. – 1970. – Т. 58. – № 2. – С. 277-279.

2. Fefferman C. *On the convergence of multiple Fourier series* // Bull. Amer. Math. Soc. – 1971. – V. 77. – № 5. – P. 744–745.

3. Sjölin P. *Convergence almost everywhere of certain singular integrals and multiple Fourier series* // Arkiv för mat. – 1971. – V. 9. – № 1. – C. 65–90.

4. Антонов Н. Ю. *О сходимости почти всюду по кубам кратных тригонометрических рядов Фурье* // Известия РАН. Серия матем. – 2004. – Т. 68. – № 2. – С. 3-22.

5. Fefferman C. *On the divergence of multiple Fourier series* // Bull. Amer. Math. Soc. – 1971. – V. 77. – № 2. – P. 191–195.

6. Бахбух М., Никишин Е. М. *О сходимости двойных рядов Фурье от непрерывных функций* // Сиб. матем. журн. – 1973. – Т. 14. – № 6. – С. 1189–1199.

7. Бахвалов А. Н. *О расходимости всюду рядов Фурье непрерывных функций многих переменных* // Матем. сборник. – 1997. – Т. 188. – № 8. – С. 45–62.

8. Бахвалов А. Н. *О λ-расходимости всюду ряда Фурье непрерывной функции многих переменных* // Матем. заметки. – 2002. – Т. 72. – № 4. – С. 490–501.

ON Λ-CONVERGENCE ALMOST EVERYWHERE OF DOUBLE FOURIER SERIES

N.Yu. Antonov

We consider one type of convergence of double trigonometric Fourier series intermediate between convergence over squares and λ-convergence for $\lambda > 1$. The well-known result on the convergence almost everywhere over squares of the Fourier series of functions from the class $L(\ln^+ L)^2 \ln^+ \ln^+ \ln^+ L([0,2\pi)^2)$ is extended to the case of Λ-convergence for some sequences Λ.

Keywords: double trigonometric Fourier series, convergence almost everywhere.

УДК 514.822

ПРИМЕРЫ ОТОБРАЖЕНИЙ С S-УСРЕДНЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

У.К. Асанбеков[1], А.Н. Малютина[2]

1 *urmat_1396@mail.ru*; Томский государственный университет, Механико-математический факультет

2 *nmd@math.tsu.ru*; Томский государственный университет, Механико-математический факультет

В настоящей работе приводятся примеры, показывающие, что в отличие от отображений с ограниченным искажением [1] для отображений с s-усредненной характеристикой [2], у которых конечны интегралы $\int_D K_I^s(x,f)|J(x,f)|dx$ и $\int_D K_O^{s'}(x,f)dx$, ограниченность кратности и степени на компактах из D вообще говоря, не имеет места.

Ключевые слова: ограниченность, усреднение, компактность.

В настоящей работе приводятся примеры, показывающие, что в отличие от отображений с ограниченным искажением [1] для отображений с s-усредненной характеристикой [2], у которых конечны интегралы $\int_D K_I^s(x,f)|J(x,f)|dx$ и $\int_D K_O^{s'}(x,f)dx$, ограниченность кратности и степени на компактах из D вообще говоря, не имеет места. Рассмотрим отображение с s-усредненной характеристикой [2]. Приведем следующие два примера.

Пример 1. Закручивание вокруг оси тора. В пространстве R^3 рассмотрим тор D, точки которого $x = (x_1, x_2, x_3)$ описываются при помощи криволинейных координат: $x_1 = (R + r\cos\theta)\cos\phi$, $x_2 = (R + r\cos\theta)\sin\phi$, $x_3 = r\sin\theta$, где $0 \le \phi < 2\pi$, $0 \le \theta < 2\pi$, $0 < r < R$, и R – некоторое положительное число. Пусть $\rho(x) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$. Обозначим через D^1 окружность $\{x : \rho(x) = R, x_3 = 0\}$. В области D зададим отображение